



## Аналитический семинар лаборатории Чебышева

Четверг, 7 сентября 2017, 15:25, ауд. 413, 14-я линия В. О., 29

**Юлия Мешкова**

*О парадоксе Сапонджяна–Бабушки*

Результаты предельного перехода иногда могут удивлять нас. Мы обсудим парадокс Сапонджяна–Бабушки в теории тонких пластин. Деформации упругой пластины описываются бигармоническим уравнением  $\Delta^2 u(\mathbf{x}) = f(\mathbf{x})$ ,  $\mathbf{x} \in \Omega \subset \mathbb{R}^2$ . (Здесь  $\Omega$  — проекция пластины на горизонтальную плоскость.) Правильная  $k$ -угольная пластина изучалась О. М. Сапонджяном. Если край такой пластины жестко закреплен, то в пределе при  $k \rightarrow \infty$  прогиб пластины стремится к прогибу круглой пластины. Так как при  $k \rightarrow \infty$   $k$ -угольник „стремится“ к кругу, этот результат выглядит естественным. Однако для свободно опертой  $k$ -угольной пластины это не так! О. М. Сапонджян заметил (1952), что предел решений при  $k \rightarrow \infty$  не обязательно будет иметь конечную энергию.

Краевые условия для случая свободно опертой пластины:

$$u = \Delta u - (1 - \sigma)\kappa \frac{\partial u}{\partial \nu} = 0 \quad \text{на } \partial\Omega. \quad (1)$$

Здесь  $\nu$  — внешняя нормаль,  $\kappa$  — кривизна  $\partial\Omega$  (с учетом знака),  $\sigma \in [0, 1/2)$  — физический параметр. На плоских участках границы выполнено  $\kappa = 0$ . Поэтому для  $k$ -угольной пластины условие (1) запишется в виде

$$u = \Delta u = 0 \quad \text{на } \partial\Omega. \quad (2)$$

И. Бабушка понял (1961), что из-за разницы между условиями (1) и (2) при аппроксимации криволинейной области многоугольниками (например, при численном моделировании методом конечных элементов) аппроксимативное решение не будет сходиться к решению в криволинейной области.

Описанные результаты принято назвать парадоксом Сапонджяна–Бабушки, хотя они и описывают разные явления. Мы обсудим этот парадокс и способы его устранения.

**Перед докладом будет краткое обсуждение тем следующих заседаний.**

Приглашаются все желающие!